Посредством уравнений, теорем
Я уйму всяких разрешил проблем!
(Чостер, английийский поэт, средние века)

Тема: ***Иррациональные уравнения***.

Цели урока:

- создать условия для усвоения новых подходов к решению иррациональных уравнений;
- организовать деятельность, направленную на закрепление этих подходов в ходе решения уравнений;
- создать условия для активизации мышления, воспитания коммуникативных отношений в коллективе, трудолюбия;
- содействовать развитию умений вести самоконтроль учебной деятельности.

Ход урока:

I. Организационный момент.

Здравствуйте, ребята. В начале урока я хотела бы привести слова английского поэта Чостера: «Посредством уравнений, теорем

Я уйму всяких разрешил проблем!» Я думаю, что после сегодняшнего урока проблема при решении уравнений (если она существует) разрешится.

II. Проверка д/з.(*Слайд №1,2)*

III. Актуализация знаний.

На прошлом уроке мы начали изучать тему….? ***(Слайд №3).***

Какие уравнения являются иррациональными: ***(Слайд №4).***

а) $\sqrt{6}+x=0$; б) $2\sqrt{x}+3=9$;

в) $2x+\sqrt{x}=3$; г) $\sqrt{x-4}=4$?

IV.Устная работа.*(Слайд №5)*

1. Решите уравнение:

   а) $\sqrt{x}-5=1$; б) $\sqrt{x^2}=5$; в) $\sqrt{x}=3$; г) $\sqrt{x}+3=2$; д) $\sqrt{x+1}=2$.

2. Найдите область определения функции:

   а) $y=\sqrt{6-x}$; б) $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}$; в)y= $\sqrt{\frac{x+1}{x}}$.

V. Проблемная ситуация.

Решить уравнение: а) $\sqrt{x-6}=\sqrt{4-x}$; (x=5)

б) $\sqrt{x}$ =x-2 (x_1=1, x_2 =4)?

VI. Тема урока. Совместная постановка цели.

Записать в тетрадях тему урока.

VII. Решение иррациональных уравнений.

Методические примечания:

1. При решении иррациональных уравнений проверка не делается, если используются следующие равносильные преобразования:

(Слайд №6) Утверждение 1.

А) уравнение вида $\sqrt[2n]{f(x)} = \sqrt[2n]{g(x)}$, где n $\in$N,

равносильно системе $\begin{cases} f(x)=g(x), \\ f(x)\geq 0. \quad g(x)\geq 0 \end{cases}$

(Слайд №7) Утверждение 2.

Б) уравнение вида $\sqrt[2n]{f(x)} = g(x)$, где n $\in$N,

равносильно системе $\begin{cases} f(x)=g^{2n}(x), \\ g(x)\geq 0. \end{cases}$

.

<u>Пример1</u> (решение у доски)

$$\sqrt{x^2+5x+5} = x+2$$

Решение:

$$\begin{cases} x^2+5x+5=(x+2)^2, \\ x+2\geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x+5=x^2+4x+4, \\ x\geq -2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1, \\ x\geq -2. \end{cases}$$

Ответ: x=-1.

<u>Пример2</u> (самостоятельно, решение сверить с решением на доске).

$$\sqrt{2x-3} = \sqrt{x-2}$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x-3=x-2, \\ 2x-3\geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ x\geq 1,5. \end{cases}$$

Ответ: решений нет.

2. Кроме стандартного приема возведения в квадрат (n-ую степень) обеих частей уравнения, при решении иррациональных уравнений иногда очень удобен прием замены переменной, который значительно сокращает время решения.***(Слайд 8)***

<u>Пример3</u> (совместное решение у доски)

$$x^2-3x+\sqrt{x^2-3x+5} = 7$$

Решение:

Добавим к обеим частям уравнения по 5, получим $x^2-3x+5+\sqrt{x^2-3x+5}=7+5$

Пусть $\sqrt{x^2-3x+5}=t$, где $t\geq0$, $t^2=x^2-3x+5$.

Получим новое уравнение: $t^2+t-12=0$.

Корни уравнения: $t_1=3$; $t_2=-4$ – не подходит, так как $t\geq0$.

Вернемся к замене: $\sqrt{x^2-3x+5}=3$

$x^2-3x+5=9$,

$x^2-3x-4=0$,

$x_1=4$; $x_2=-1$.

Проверка подстановкой показывает, что оба корня подходят.

Ответ: -1; 4.

V. Закрепление изученного материала.

Решить уравнения №№1.238 (2), №1.246(2).

Физкультминутка!

V. Тестирование (раздается каждому ученику с таблицей ответов, которую они заполняют и сдают учителю).

Вариант 1

Часть А (оценка 5)

1. $\sqrt{x}=5$	а) $\sqrt{5}$;	б) -5;	в) 5;	г) 25.
2. $\sqrt{x+1}=3$	а) 2;	б) 4;	в) 8;	г) 9.
3. $\sqrt{x}+2=8$	а) 6;	б) $\pm\sqrt{36}$;	в) 36;	г) -6.
4. $\sqrt{x^2+5}=3$	а) ±4;	б) ±2;	в) 2;	г) -2.
5. $\sqrt[3]{x-9}=-3$	а) 18;	б) ±18;	в) -18;	г) 6.

Часть В (оценка 7)

1. $\sqrt{x+1}=x-5$	а) 8;	б) 3; 8;	в) 3;	г) -3; -8.
2. $\sqrt{x}\sqrt{x-1}=0$	а) 0;	б) 1;	в) 0; 1;	г) -1.
3. $\sqrt{x+3}=\sqrt{2x-4}$	а) -7;	б) ±7;	в) $\sqrt{7}$;	г) 7.
4. $\sqrt{3-x}=1-x$	а) -2; 1;	б) 2;	в) 2; -1;	г) -1.
5. $\sqrt{x+1}\sqrt{x+6}=6$	а) -10; 3;	б) 3;	в) -10;	г) 10; -3.

Часть С (оценка 10)

1. $\sqrt{2x^2-3x+2}=4-x$ а) -7; б) 2; в) 7; -2; г) -7; 2;
2. $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=-\sqrt{x+3}-5$ а) нет решений; б) -4; в) -3; г) 1;
3. $\sqrt[4]{x}+\sqrt[8]{x}-2=0$ а) -2; 1; б) 1; в) -2; г) -1; 2;
4. $\sqrt{1{,}5\sin x}=\cos x$ а) $-\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$; б) $\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$; в) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z$; г) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z$

Вариант 2

Часть А (оценка 5)

1. $\sqrt{x}=6$ а) $\sqrt{6}$; б) 6; в) -6; г) 36.
2. $\sqrt{x+2}=3$ а) 1; б) 7; в) 5; г) 9.
3. $\sqrt{x}+4=11$ а) 49; б) $\sqrt{40}$; в) 7; г) -7.
4. $\sqrt{x^2-3}=5$ а) ±5; б) $\pm\sqrt{28}$; в) 8; г) $-\sqrt{28}$.
5. $\sqrt[3]{x-28}=2$ а) 36; б) ±6; в) ±20; г) 6.

Часть В (оценка 7)

1. $\sqrt{2x-1}=x-2$ а) 1; 5; б) 1; в) 5; г) -1; -5.
2. $\sqrt{x}\sqrt{x-2}=0$ а) 0; 2; б) 0; в) 2; г) -2.
3. $\sqrt{x+4}=\sqrt{3x-12}$ а) -4; б) ±4; в)4; г) 8.
4. $\sqrt{9-x^2}=\sqrt{x+9}$ а) 0; б) 0; -1; в) -1; г) 0; 1.
5. $\sqrt{x}\sqrt{2-x}=2x$ а) 0; -0,4; б) 0; -2,5; в) 2,5; 0; г) 0,4; 0.

Часть С (оценка 10)

1. $7-\sqrt{x+1}=2$ а) 24; б) 8; в) $\sqrt{80}$; г) -24;
2. $\sqrt{x+3}+\sqrt{2x+3}=-\sqrt{x+4}-6$ а) 3; б) нет решений; в) -1,5; г) -4;
3. $\sqrt[3]{x}-5\sqrt[6]{x}+4=0$ а) 4^6; б) -1; 4^6; в) 1; г) 1; 4^6;
4. $\sqrt{-1{,}5\cos x}=\sin x$ а) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$; б) $\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$; в) $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$; г) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

Ф.И. ученика	
Часть______	Ответы
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

VI. Итоги урока.

Давайте вспомним поставленные вами цели перед уроком. Достигли ли вы их?

VII. Рефлексия.

Закончить предложения:

Я могу…

Я оцениваю свои знания на…, потому что…

VIII. Домашнее задание:

1) п.1.13, №№ 1.237-1.239(4),
2) № 1.245(4), 1.246 (4).
3) Составить три уравнения (с решением), используя методические рекомендации.